

BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME**Term-End Examination****December, 2008****(APPLICATION ORIENTED COURSE)****AST-1 : STATISTICAL TECHNIQUES****Time : 2 hours****Maximum Marks : 50**

Note : Question no. 7 is **compulsory**. Attempt any **four** questions from the remaining questions no. 1 to 6. Calculators are **not allowed**.

1. (a) The following table gives the hours spent by 50 students in the playground in a week :

| | | | | | | |
|-----------------|----|---|---|---|----|----|
| Hours | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| No. of students | 10 | 6 | 8 | 6 | 10 | 10 |

Calculate the mean and standard deviation of the hours required by students.

4

(b) If in tossing a fair die, E is the event "getting an odd number" and F is the event "getting a number less than 4", then calculate the probability of getting an odd number or a number less than 4. 2

(c) In a television appearance, an MLA from a state asks voters in that state to indicate whether the MLA should vote against or for a particular piece of legislation. The MLA office receives 4100 replies. Since voters from western part tends to be democrats while those from eastern parts tend to be communists, the MLA divides the replies on the basis of their geographical origin. 68% of the replies from the western part are against the legislation and 36% of the replies from the eastern part are against it.

- (i) Did the MLA carry out a stratified sampling ?
- (ii) Did the MLA carry out a stratified random sampling ?
- (iii) How would you justify the sample design ?
- (iv) What improvements would you suggest ? 4

2. (a) If on the average, two cars enter a parking place per minute, what is the probability that in any given moment 4 or more cars will enter the place ? 3

(b) X is a normal random variable with standard deviation 2. A random sample of 25 values has a sample mean 10. Find a 95% confidence interval for the mean of X . 2

(c) According to specifications, a factory is to manufacture steel cables, each of length 45 m. The customer suspected that the cables he received had a smaller length. To allay his suspicion, the manufacturer tested 16 cables and found the sample mean to be 44.82 m and sample s.d. to be 1.15 m. Assuming a normal distribution, are the customer's suspicions well-founded at 5% level of significance ? Write the appropriate hypothesis, alternative hypothesis and decide.
($t_{0.05}$ at 15 d.f. = 1.753) 5

3. (a) What assumptions are necessary for the following to be binomial situations ? What is the binomial random variable in each case ?

(i) A marketing researcher is interested to assess the preference of a particular product that exists in the market. 40% of the consumers say 'Yes' and 60% of the consumers say 'No' to the product. In a sample of 10 customers, the researcher would like to find the probability that 7 or more prefer the product. 2

(ii) A drug firm administers a new drug to 20 people with a certain disease. The probability that the drug will cure each person of the disease is 0.15. Suppose the firm wants the probability that 3 or more of the 20 people will be cured.

(b) A box contains 10 screws, 3 of which are defective. Two screws are drawn at random. Find the probability that none of them is defective, if the sample is drawn

(i) with replacement, 4

(ii) without replacement.

(c) Explain in brief the four components of variation in time series, with examples. 4

4. (a) A soap manufacturer is trying to determine whether or not to market a new type of soap. It chooses a random sample of 300 people in the United States, and samples of equivalent size in England and France. It asks each of the people in each sample to try the new soap, and see whether he or she likes it better than other soaps. The results are as follows :

| | United States | England | France |
|------------------|---------------|---------|--------|
| Prefer new soap | 81 | 43 | 26 |
| Do not prefer it | 219 | 257 | 274 |

Test the hypothesis that there are international differences in the proportion of people who prefer the new soap, using 5% level of significance. 5

(b) The quarterly profits and sales (in millions of Rupees) of six appliance firms are as follows :

| Firm | Sales | Profits |
|-----------|-------|---------|
| Whirlpool | 50 | 10 |
| Maharaja | 20 | 7 |
| LG | 30 | 20 |
| Samsung | 20 | 20 |
| Sony | 90 | 50 |
| IFB | 60 | 20 |

(i) Construct the scatter diagram.
 (ii) Which variable (profit or sale) do you suggest as the dependent variable ?
 (iii) Compute the sample regression line.

5

5. (a) At a call centre, callers have to wait till an operator is ready to take their call. To monitor this process, 5 calls were recorded every hour for the 8-hour working day. The data below shows the waiting time in weeks :

| Time | Sample number | | | | |
|--------|---------------|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 9 a.m. | 8 | 9 | 15 | 4 | 11 |
| 10 | 7 | 10 | 7 | 6 | 8 |
| 11 | 11 | 12 | 10 | 9 | 10 |
| 12 | 12 | 8 | 6 | 9 | 12 |
| 1 p.m. | 11 | 10 | 6 | 14 | 11 |
| 2 | 7 | 7 | 10 | 4 | 11 |
| 3 | 10 | 7 | 4 | 10 | 10 |
| 4 | 8 | 11 | 11 | 7 | 7 |

Compute the control limits for \bar{x} and R-charts. Draw the control charts for \bar{x} and R, and comment.

7

(b) Write three advantages and three disadvantages of using a sampling approach instead of a census approach for studying a characteristic. 3

6. (a) Suppose from a total of 120 guava trees, 5 clusters of 4 trees each are selected and the yield (in kg) is recorded below :

| Cluster | Trees | | | |
|---------|-------|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 5 | 4 | 1 | 15 |
| 2 | 11 | 1 | 4 | 7 |
| 3 | 26 | 10 | 19 | 11 |
| 4 | 7 | 15 | 12 | 10 |
| 5 | 2 | 22 | 8 | 6 |

Estimate the average yield per tree and its standard error. 5

(b) A manufacturer of rayon wants to compare that the yield strength of 11.5 kg/mm^2 is met or not at 5% level of significance. The manufacturer draws a sample and calculates the mean to be 12.8 kg/mm^2 and the standard deviation is known to be 2.0 kg/mm^2 . Carry out the statistical test appropriate for this. 5

7. Which of the following statements are *true* and which are *false*? Justify your answers.

10

- (i) Systematic sampling is most suitable for populations with periodic trends.
- (ii) If 15 students are randomly selected from each of the 10 selected classrooms, out of a total of 22 classrooms, the sampling method used is stratified sampling.
- (iii) For any two events A and B,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A | B).$$
- (iv) The test statistic $\frac{\sum(O_i - E_i)^2}{E_i}$ used in a test for goodness of fit follows a t-distribution.
- (v) A moving average of length 7 cannot be calculated for the first three years of a time series.

Some values for use, if required.

| t-value | χ^2 -value |
|-------------------------|-----------------------------|
| $t_{15, 0.025} = 2.131$ | $\chi^2_{0.05, 5} = 11.07$ |
| $t_{15, 0.05} = 1.753$ | $\chi^2_{0.05, 6} = 12.59$ |
| $t_{16, 0.05} = 1.746$ | $\chi^2_{0.025, 5} = 12.83$ |
| $t_{16, 0.025} = 2.12$ | $\chi^2_{0.025, 6} = 14.45$ |

स्नातक उपाधि कार्यक्रम

सत्रांत परीक्षा

दिसम्बर, 2008

(व्यवहारमूलक पाठ्यक्रम)

ए.एस.टी.-1 : सांख्यिकीय तकनीक

समय : 2 घण्टे

अधिकतम अंक : 50

नोट : प्रश्न सं. 7 अनिवार्य है। शेष प्रश्न सं. 1 से 6 में से कोई बार प्रश्न कीजिए। कैलकुलेटरों का प्रयोग करने की अनुमति नहीं है।

1. (क) निम्नलिखित सारणी 50 विद्यार्थियों द्वारा किसी सप्ताह में खेल के मैदान में व्यतीत किए गए घण्टों को दर्शाती है :

| घण्टे | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|-------------------------|----|---|---|---|----|----|
| विद्यार्थियों की संख्या | 10 | 6 | 8 | 6 | 10 | 10 |

विद्यार्थियों द्वारा बांधित घण्टों के माध्य और मानक विचलन परिकलित कीजिए।

4

(ख) एक न्यायसंगत पासे को उछालने पर, “विषम संख्या पाने” की घटना E है तथा “4 से कम संख्या पाने” की घटना F है, तब एक विषम संख्या या 4 से कम संख्या पाने की प्रायिकता परिकलित कीजिए ।

2

(ग) एक दूरदर्शन के प्रोग्राम के माध्यम से एक राज्य का विधायक (एम.एल.ए.) उस राज्य के मतदाताओं से यह पूछता है कि वे यह बताएँ कि उस विधायक को एक विशिष्ट विधेयक के पक्ष में मतदान करना चाहिए या विरोध में। उस विधायक के कार्यालय को 4100 उत्तर प्राप्त होते हैं। क्योंकि पश्चिमी भाग के मतदाताओं की प्रवृत्ति लोकतंत्र की ओर है और पूर्वी भाग के मतदाताओं की प्रवृत्ति साम्यवाद की ओर है, इसलिए वह विधायक प्राप्त उत्तरों को उनके भौगोलिक उद्गम के आधार पर विभाजित कर लेता है। पश्चिमी भाग के उत्तरों में से 68% विधेयक के विरोध में हैं तथा पूर्वी भाग के उत्तरों में से 36% विधेयक के विरोध में हैं।

- (i) क्या विधायक ने एक स्तरित प्रतिचयन किया था ?
- (ii) क्या विधायक ने एक स्तरित यादृच्छिक प्रतिचयन किया था ?
- (iii) आप इस प्रतिदर्श डिज्डाइन का औचित्य किस प्रकार दे सकेंगे ?
- (iv) आप इसमें सुधार के लिए क्या सुझाव देना चाहेंगे ?

4

2. (क) यदि किसी पार्किंग स्थल पर प्रति मिनट औसतन दो कारें प्रवेश करती हैं, तो इसकी प्रायिकता क्या है कि एक दिए गए क्षण पर उस स्थल में 4 या अधिक कारें प्रवेश करेंगी ? 3

(ख) X मानक विचलन 2 के साथ एक प्रसामान्य यादृच्छिक चर है। 25 मानों के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श का प्रतिदर्श माध्य 10 है। X के माध्य के लिए एक 95% विश्वास्यता अंतराल ज्ञात कीजिए। 2

(ग) विनिर्देशनों के अनुसार, किसी फैक्टरी को स्टील के केबल निर्मित करने हैं, जिनमें से प्रत्येक की लंबाई 45 m है। एक ग्राहक को यह संदेह हुआ कि उसे प्राप्त होने वाले केबलों की लंबाई छोटी है। उसके संदेह को दूर करने के लिए, निर्माता ने 16 केबलों की जाँच की तथा उनका प्रतिदर्श माध्य 44.82 m प्राप्त किया और प्रतिदर्श मानक विचलन 1.15 m प्राप्त किया। उपर्युक्त को एक प्रसामान्य बंटन मानते हुए, क्या ग्राहक के संदेह 5% सार्थकता के स्तर पर सुस्थापित थे? उपर्युक्त परिकल्पना, वैकल्पिक परिकल्पना लिखिए और निर्णय लीजिए।

(15 d.f. पर $t_{0.05} = 1.753$) 5

3. (क) निम्नलिखित के द्विपद स्थितियाँ होने के लिए किन कल्पनाओं की आवश्यकता है ? प्रत्येक स्थिति में, द्विपद यादृच्छिक चर क्या है ?

(i) एक मार्केटिंग अनुसंधानकर्ता की रुचि बाजार में विद्यमान एक विशेष उत्पाद की पसंद निर्धारित करने में है । इस उत्पाद के लिए, 40% उपभोक्ता 'हाँ' कहते हैं और 60% उपभोक्ता 'नहीं' कहते हैं । 10 उपभोक्ताओं के एक प्रतिदर्श में, अनुसंधानकर्ता इस उत्पाद को 7 या अधिक उपभोक्ताओं द्वारा पसंद किए जाने की प्रायिकता ज्ञात करना चाहेगा ।

(ii) दवाइयाँ बनाने वाली एक फर्म एक विशेष रोग वाले 20 व्यक्तियों को एक नई दवाई देती है । इसकी प्रायिकता कि यह दवाई उपरोक्त रोग के प्रत्येक व्यक्ति को अच्छा कर देगी, 0.15 है । मान लीजिए कि फर्म इसकी प्रायिकता जानना चाहती है कि 20 में से 3 या अधिक व्यक्ति अच्छे हो जाएँगे ।

2

(ख) एक बॉक्स में 10 पेंच हैं, जिनमें से 3 खराब हैं । इसमें से यादृच्छिक रूप से 2 पेंच निकाले जाते हैं । इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इनमें से कोई भी पेंच खराब नहीं होगा, यदि प्रतिदर्श

(i) प्रतिस्थापन के साथ निकाला जाता है,

(ii) बिना प्रतिस्थापन के निकाला जाता है ।

4

(ग) उदाहरणों की सहायता से काल श्रेणी में बदलाव के चारों घटकों को संक्षेप में स्पष्ट कीजिए ।

4

4. (क) एक साबुन निर्माता यह निर्धारित करने का प्रयत्न करता है कि वह एक नए प्रकार के साबुन को बाजार में लाए या नहीं। वह संयुक्त राज्य अमेरिका से 300 व्यक्तियों का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श चुनता है तथा इसी साइजों के प्रतिदर्श इंग्लैंड और फ्रांस से चुनता है। वह प्रत्येक प्रतिदर्श के प्रत्येक व्यक्ति से कहता है कि वह इस नए साबुन का प्रयोग करे और देखे कि वह इसे अन्य साबुनों की तुलना में अच्छा मानता है या नहीं। इससे प्राप्त परिणाम निम्नलिखित हैं :

| | संयुक्त राज्य अमेरिका | इंग्लैंड | फ्रांस |
|--------------------------|--------------------------|----------|--------|
| नया साबुन पसंद करने वाले | 81 | 43 | 26 |
| पसंद नहीं करने वाले | 219 | 257 | 274 |

5% सार्वकता के स्तर का उपयोग करते हुए, इस परिकल्पना की जाँच कीजिए कि नए साबुन को पसंद करने वाले व्यक्तियों के समानुपात (या सांदर्भ) में अंतर्राष्ट्रीय अंतर हैं।

5

(ख) विद्युत उपकरण बनाने वाली 6 फर्मों के त्रैमासिक लाभ और बिक्री (मिलियन रुपयों में) नीचे दिए हुए हैं :

| फर्म | बिक्री | लाभ |
|-----------|--------|-----|
| व्हर्लपूल | 50 | 10 |
| महाराजा | 20 | 7 |
| एल.जी. | 30 | 20 |
| सैमसंग | 20 | 20 |
| सोनी | 90 | 50 |
| आई.एफ.बी. | 60 | 20 |

(i) प्रकीर्ण आरेख की रचना कीजिए ।
 (ii) किस चर (लाभ या विक्री) को आपके अनुसार आश्रित चर होना चाहिए ?
 (iii) प्रतिदर्शी समाश्रयण रेखा अभिकलित कीजिए ।

5

5. (क) एक कॉल सेंटर पर, कॉल करने वाले को तब तक प्रतीक्षा करनी होती है जब तक कि ऑपरेटर उनकी कॉल ग्रहण करने के लिए तैयार नहीं हो जाता । इस प्रक्रिया को सुचारू रूप से चलाने के लिए, 8 धंटे वाले कार्य दिवस में प्रति धंटे 5 कॉल रिकॉर्ड की गईं । नीचे दिए गए आँकड़े सप्ताहों में प्रतीक्षा समय दर्शाते हैं :

| समय | प्रतिदर्शी संख्या | | | | |
|--------------|-------------------|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 9 बजे प्रातः | 8 | 9 | 15 | 4 | 11 |
| 10 | 7 | 10 | 7 | 6 | 8 |
| 11 | 11 | 12 | 10 | 9 | 10 |
| 12 | 12 | 8 | 6 | 9 | 12 |
| 1 बजे सायं | 11 | 10 | 6 | 14 | 11 |
| 2 | 7 | 7 | 10 | 4 | 11 |
| 3 | 10 | 7 | 4 | 10 | 10 |
| 4 | 8 | 11 | 11 | 7 | 7 |

R और R-चार्टों के लिए नियंत्रण सीमाएँ अभिकलित कीजिए । R और R के लिए नियंत्रण चार्ट खोचिए और अपने विचार प्रकट कीजिए ।

7

(ख) किसी अभिलक्षणिक के अध्ययन के लिए, जनसंख्या अधिगम के स्थान पर प्रतिदर्श अधिगम का प्रयोग करने के तीन लाभ और तीन हानियाँ लिखिए । 3

6. (क) मान लीजिए कि अमरुद के कुल 120 पेड़ों में से 5 गुच्छे चुने जाते हैं जिनमें से प्रत्येक में 4 पेड़ हैं तथा इनका उत्पादन (kg में) नीचे दिया गया है :

| गुच्छा | पेड़ | | | |
|--------|------|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 5 | 4 | 1 | 15 |
| 2 | 11 | 1 | 4 | 7 |
| 3 | 26 | 10 | 19 | 11 |
| 4 | 7 | 15 | 12 | 10 |
| 5 | 2 | 22 | 8 | 6 |

प्रति पेड़ औसत उत्पादन और उसकी मानक त्रुटि का आकलन कीजिए । 5

(ख) रेयॉन का एक निर्माता इस बात की तुलना करना चाहता है कि 5% सार्थकता के स्तर पर 11.5 kg/mm^2 का पराभव सामर्थ्य मिल रहा है या नहीं । वह निर्माता इसमें से एक प्रतिदर्श लेता है तथा परिकलित करता है कि इसका माध्य 12.8 kg/mm^2 है और मानक विचलन 2.0 kg/mm^2 है । इसके लिए उपयुक्त सांख्यिकीय परीक्षण कीजिए । 5

7. निम्नलिखित कथनों में से कौनसे कथन सत्य हैं और कौनसे कथन असत्य हैं ? अपने उत्तरों का औचित्य दीजिए । 10

- आवर्ती प्रवृत्तियों वाली समष्टियों के लिए, क्रमबद्ध प्रतिचयन सबसे अधिक उपयुक्त है ।
- यदि कुल 22 कक्षाओं में से 10 कक्षाएँ चुनकर, प्रत्येक कक्षा में से 15 विद्यार्थी यादृच्छिक रूप से चुने जाते हैं, तो प्रयोग की गई प्रतिचयन विधि स्तरित प्रतिचयन है ।
- किन्हों दो घटनाओं A और B के लिए,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A | B)$$
 है ।
- फिट की उत्तमता के परीक्षण के लिए प्रयोग किए जाने वाला परीक्षण प्रतिदर्शजि $\frac{\sum (O_i - E_i)^2}{E_i}$ एक t-बंदन का अनुसरण करता है ।
- किसी काल श्रेणी के प्रथम तीन वर्षों के लिए, लम्बाई 7 के एक गतिमान औसत का परिकलन नहीं किया जा सकता है ।

प्रयोग के लिए कुछ मान, यदि आवश्यक हों ।

| t-मान | χ^2 -मान |
|-------------------------|-----------------------------|
| $t_{15, 0.025} = 2.131$ | $\chi^2_{0.05, 5} = 11.07$ |
| $t_{15, 0.05} = 1.753$ | $\chi^2_{0.05, 6} = 12.59$ |
| $t_{16, 0.05} = 1.746$ | $\chi^2_{0.025, 5} = 12.83$ |
| $t_{16, 0.025} = 2.12$ | $\chi^2_{0.025, 6} = 14.45$ |